

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ВОЗДУШНОГО ТРАНСПОРТА
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ГРАЖДАНСКОЙ АВИАЦИИ»

Кафедра прикладной математики
П.В. Филонов, А.А. Филонова

КОМПЬЮТЕРНАЯ ГРАФИКА

Методическое пособие
для проведения лабораторных работ

*для студентов 3 курса
специальности 231300
дневного обучения*

МОСКВА — 2013

Рецензент д-р техн. наук, проф. А.А. Егорова

П.В. Филонов, А.А. Филонова

Компьютерная графика: методическое пособие для проведения лабораторных работ. — М.:МГТУ ГА, 2013. — 22 с.

Данное пособие издаётся в соответствии с рабочей программой учебной дисциплины «Компьютерная графика» по Учебному плану для студентов III курса, специальности 231300 дневного обучения.

Рассмотрено и одобрено на заседании кафедры 18.05.11 г. и методического совета 18.05.11 г.

Подписано в печать		
Печать офсетная	Формат 60x84/16	1,23 уч.-изд. л.
1,38 усл. печ. л.	Заказ №	Тираж экз.

Московский государственный технический университет ГА

125993 Москва, Кронштадтский бульвар, д. 20

Редакционно-издательский отдел

125493 Москва, ул. Пулковская, д. 6а

© Московский государственный
технический университет ГА, 2013

Лабораторная работа №1

Преобразования на плоскости

Краткая теоретическая справка

Представление объектов на плоскости

В плоской компьютерной графике для представления точки с координатами (xy) используются однородные координаты $P = [x'y'h]$, где $x = x'/h, y = y'/h$, а h — некоторое вещественное число. Всегда существует один набор координат вида $(xy1)$, который называется нормированным. В качестве объекта на плоскости рассматривается некоторый многоугольник, образованный последовательно соединёнными вершинами.

$$R = \begin{pmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_n & y_n & 1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

В записи (1) предполагается, что P_i и P_{i+1} , $i = \overline{1, n-1}$, также P_n и P_1 вершины соединены рёбрами. В случае, если требуется задать более сложную фигуру, то дополнительно задаётся массив рёбер.

Пространственные и экранные координаты

При работе с растровыми дисплеями возникнут два важных момента:

- экранная система координат;
- дискретный характер генерируемого изображения.

Для корректного учёта этих моментов обычно необходимо проводить перевод из пространственных координат в экранные при отрисовке объекта.

На рисунке приведён пример пространственной (b) и экранной системы координат (a)

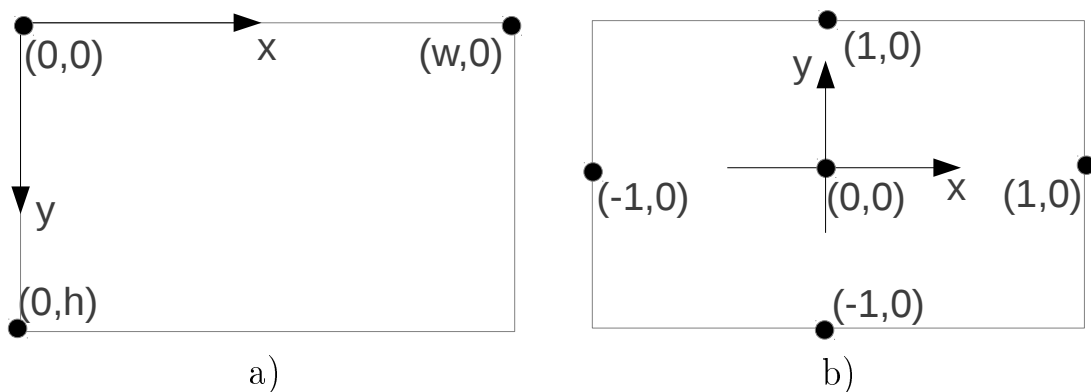


Рис. 1: Экранная (a) и пространственная (b) системы координат

Преобразование координат из пространственной (x, y) в экранную (x^*, y^*) включает в себя масштабирование, округление, поворот осей и смещение центра координат

$$\begin{aligned} x^* &= [m_x x] + h/2, \\ y^* &= -[m_y y] + w/2. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь $m_x = w/2$ и $m_y = h/2$ — коэффициенты масштабирования по осям.

Преобразование на плоскости

Все преобразования над точками плоскости реализуются в виде матричного умножения координат объекта P на матрицу соответствующего преобразования T справа

$$P^* = P \cdot T.$$

Общий вид матрицы T имеет следующий вид

$$T = \begin{pmatrix} a & b & p \\ c & d & q \\ n & m & s \end{pmatrix}.$$

Разные группы коэффициентов отвечают за различные типы преобразований. Ниже приведён список базовых преобразований и соответствующие им матрицы

- тождественное преобразование

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

- масштабирование по оси x на $a = S_x$ и по оси y на $d = S_y$

$$S_x = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad S_y = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & d & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

- отражение относительно оси $x = R_x$ и $y = R_y$

$$R_x = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad R_y = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

- поворот вокруг начало координат против часовой стрелки на угол ϕ

$$R_\phi = \begin{pmatrix} \cos \phi & \sin \phi & 0 \\ -\sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- параллельный перенос по оси x на $n - M_x$ и по оси y на $m - M_y$

$$M_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ n & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad M_y = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & m & 1 \end{pmatrix},$$

- пропорционально сжатие $s > 1$ и растяжение $s < 1$

$$S = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & s \end{pmatrix}.$$

Композиция преобразований

Произвольное преобразование объекта можно выразить в виде композиции базовых преобразований. Рассмотрим в качестве примера поворот объекта вокруг произвольной точки с координатами (n, m) на угол ϕ . Данную задачу можно свести к повороту вокруг начала координат, если предварительно выполнить параллельный перенос объекта так, чтобы центр вращения совпал с началом координат. Выполнить поворот и затем обратный перенос. Обозначим матрицы соответствующих преобразований:

- $M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -n & -m & 0 \end{pmatrix}$ — перенос;
- $R = \begin{pmatrix} \cos \phi & \sin \phi & 0 \\ -\sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ — поворот;
- $M^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ n & m & 0 \end{pmatrix}$ — обратный перенос.

Матрица итогового преобразования будет иметь вид

$$\begin{aligned} T = M \cdot R \cdot M^{-1} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -n & -m & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \phi & \sin \phi & 0 \\ -\sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ n & m & 0 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} \cos \phi & \sin \phi & 0 \\ -\sin \phi & \cos \phi & 0 \\ \left\{ \begin{array}{l} -m(\cos \phi - 1) \\ +n \sin \phi \end{array} \right\} & \left\{ \begin{array}{l} -n(\cos \phi - 1) \\ -m \sin \phi \end{array} \right\} & 1 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Задание на лабораторную работу

Общее задание на данную работу заключается в создании компьютерной программы, которая в анимированном виде демонстрирует преобразование на плоскости геометрической фигуры. Вид преобразования и тип фигуры определяются вариантом задания.

Требования к решению: необходимо предусмотреть задание параметров фигуры и её положение на плоскости, а так же параметры самого преобразования. При решении не допускается использовать готовые средства различных графических библиотек для выполнения преобразований, можно использовать только средства отрисовки изображений на дисплее (рисование точек, отрезков и заполнение их цветом) и взаимодействия с пользователем (обработка событий клавиатуры, мыши, таймеров и окна). Кроме отображения основного объекта необходимо отрисовывать оси координат. Все расчёты следует проводить в однородных координатах.

Указания к выполнению: в качестве языка программирования рекомендуется использовать языки C, Pascal или C++. Для отрисовки изображений и взаимодействия с пользователем рекомендуется использовать библиотеку GLUT¹.

Для создания эффекта плавной анимации можно использовать следующий приём. Пусть нам необходимо совершить параллельный перенос объекта в направлении $\vec{r}$ на расстояние h . Введём полное время работы анимации T . Далее запустим итерационный процесс, на каждом шаге которого будем перемещать объект в заданном направлении на расстояние $h/(Tf)$, где f — количество кадров в секунду (обычно считается достаточным частота равная 30 кадрам в секунду). И организуем, чтобы длительность одной итерации занимала $1/f$ секунд. Этого можно добиться следующими способами: внутри цикла после выполнения итерации ставить задержку на $(1/f - t)$ секунд, где t — время, затраченное на вычисления в данной итерации, или использовать механизм таймеров со срабатыванием через время $(1/f - t)$.

Для создания качественной анимации необходимо учесть возможный эффект мерцания, связанный с частым обновлением изображения со статическим объектом. Основным способом устранения эффекта мерцания является использование двойного буфера кадра. Один из буферов выводится в данный момент на дисплей, а на втором происходит вывод нового изображения. В нужный момент происходит переключение буферов, и они меняются ролями.

Чтение параметров преобразования и объекта можно производить из файла или с клавиатуры. Удобной будет возможность приостановить анимацию в произвольный момент и запустить снова по команде с клавиатуры или мыши. Весь процесс анимации можно запускать в цикле.

Цвета фона и объекта следует выбирать с учётом того, что пример интер-

¹Использование этих инструментов не является обязательным требованием

фейса программы необходимо будет привести в отчёте.

Требование к оформлению отчёта: Отчёт по лабораторной работе должен включать следующие пункты.

- Титульный лист;
- Содержание работы;
- Вариант задания;
- Теоретические сведения о виде двумерного преобразования;
- Примеры в виде снимков экрана работающей программы для различных параметров;
- Описание пользовательского интерфейса;
- Описание используемых языков и библиотек, набора функций и классов. Основной алгоритм работы программы, записанный в одном из видов: блок-схемы, псевдокода или простого описания;
- Листинг файлов программы (при оформлении рекомендуется использовать нумерацию строк, комментарии и сохранять исходное форматирование);
- Список использованной литературы;

Варианты заданий

1. Выполнить параллельный перенос равностороннего треугольника в направлениях $\vec{r} = (p, q)$ или $\vec{v} = (w, k)$ (по выбору пользователя) на расстояние h . Направления переноса и центр треугольника задаются пользователем.
2. Вращение квадрата относительно одной из его вершин. Центр квадрата, направление вращения и номер вершины задаются пользователем.
3. Масштабирование квадрата по осям x и y . Величины масштабирования по обоим осям, центр квадрата и угол его поворота относительно оси x задаются пользователем.
4. Реализовать вращение правильного пятиугольника относительно его центра. Центр пятиугольника и направление вращения задаются пользователем.
5. Увеличение и уменьшение размера треугольника. Коэффициент масштабирования и центр треугольника задаются пользователем.
6. Отражение правильного шестиугольника относительно вращающейся прямой, проходящей через начало координат. Центр фигуры задаётся пользователем.
7. Сдвиг прямоугольника по оси x . Параметры сдвига, центр прямоугольника и его стороны задаются пользователем.
8. Вращение треугольника относительно произвольной точки. Координаты центра треугольника и центра вращения задаются пользователем.

9. Выполнить параллельный перенос равностороннего пятиугольника в направлениях $\vec{r} = (p, q)$ на расстояние h . При перемещении вращать пятиугольник по часовой стрелке. Направление переноса и центр фигуры задаются пользователем.
10. Переместить правильный шестиугольник из произвольной точки в начало координат. При перемещении уменьшать размер фигуры. Координаты центра шестиугольника задаются пользователем.
11. Масштабирование прямоугольного треугольника по осям x и y . Величины масштабирования по обоим осям и центр треугольника и угол его поворота относительно оси x задаются пользователем.
12. Отражение треугольника относительно точки, движущейся в заданном направлении. Координаты точки, направление перемещения и центр фигуры задаются пользователем.
13. Вращение шестиугольника относительно одной из его вершин. Центр шестиугольника и направление вращения задаются пользователем.
14. Вращение отрезка относительно лежащей на нём точки. Координаты центра отрезка и точка вращения задаются пользователем. Точка вращения задаётся величиной $\lambda \in [0, 1]$.
15. Сдвиг треугольника по оси y . Параметры сдвига и центр треугольника задаются пользователем.
16. Масштабирование шестиугольника расположенного в центре координат с поворотом на 2π . Величина масштабирования задаётся пользователем.
17. Перемещение треугольника в центр координат по спирали с использованием параллельного переноса. Координаты центра треугольника задаются пользователем.

Контрольные вопросы

1. Сколькими координатами задаётся точка на плоскости в однородных координатах?
2. Что такое пространственные и экранные координаты?
3. Перед каким этапом выполняется преобразование пространственных координат в экранные?
4. Приведите общий вид преобразования пространственных координат в экранные.
5. Каким образом выполняются преобразования точек на плоскости?
6. Что такое матрица преобразования?
7. Что такое аффинное преобразование?
8. Какие операции можно выполнить только с помощью аффинного преобразования?
9. Что такое ортогональный оператор?
10. Какой вид имеет матрица ортогонального оператора?

11. Приведите пример ортогонального преобразования.
12. Приведите общий вид матрицы поворота.
13. Приведите общий вид матрицы переноса.
14. Что такое композиция преобразований?
15. Как осуществить поворот вокруг произвольной точки. Приведите общий вид матрицы соответствующего преобразования.
16. Как осуществить отражение относительно произвольной кривой. Приведите общий вид матрицы соответствующего преобразования.

Лабораторная работа № 2 Преобразования в пространстве

Краткая теоретическая справка

Задание объектов

Для представления точки в трёхмерном пространстве в компьютерной графике используются однородные координаты $P = (x, y, z, 1)$. В подобном представлении первые три координаты - x, y, z - нормируются на четвертую, которая всегда должна быть равна 1.

Любой объект представляется как набор точек, например с помощью массива размерности $n \times 4$. На рисунке 1 изображен пример задания координат вершин единичного куба с помощью соответствующей матрицы F :

$$F = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

Для отрисовки каркаса фигуры кроме координат ее вершин, необходимо определить, какие из вершин соединены ребрами. Для этой цели удобно использовать массив ребер, содержащий пары соединенных вершин Fe :

$$Fe = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 1 & 6 & 7 & 8 & 5 & 5 & 6 & 7 & 8 \end{pmatrix}^T \quad (4)$$

При таком способе задания, алгоритм отрисовки ребер можно организовать следующим образом:

```
for i := 1 to m do
  line(F[Fe[i,1]], F[Fe[i,2]])
```

Матрица трансформации

Любое пространственное преобразование представляется своей матрицей трансформации:

$$T = \begin{pmatrix} a & b & c & p \\ d & e & f & q \\ g & i & j & r \\ l & m & n & s \end{pmatrix} \quad (5)$$

В представлении (5) различные группы коэффициентов отвечают за различные типы преобразований:

- $a, b, c, d, e, f, g, i, j$ — отражение, поворот, масштабирование;
- l, m, n — параллельный перенос;
- p, q, r — перспективная проекция;
- s — пропорциональное масштабирование.

Процедура трансформации объекта под воздействием матричного оператора T заключается в умножении матрица координат вершин объекта на T справа

$$F^* = F \cdot T. \quad (6)$$

Ниже приведён вид матрицы T для различных типов преобразования:

- отражение:

– Относительно плоскости $x = 0$

$$T = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

– Относительно оси $y = 0$

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

– Относительно оси $z = 0$

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

- поворот на угол ϕ :

– Вокруг оси x

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi & 0 \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

– Вокруг оси y

$$T = \begin{pmatrix} \cos \phi & 0 & -\sin \phi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \phi & 0 & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

– Вокруг оси z

$$T = \begin{pmatrix} \cos \phi & \sin \phi & 0 & 0 \\ -\sin \phi & \cos \phi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

- масштабирование

$$T = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & j & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

В a раз по оси x , в e раз по оси y и в j раз по оси z .

- пропорциональное масштабирование

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s \end{pmatrix}.$$

При $s > 1$ происходит уменьшение размеров, при $s < 1$ увеличение.

- параллельный перенос

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ l & m & n & 1 \end{pmatrix}.$$

Вдоль вектора (l, m, n) .

Композиция преобразований

В том случае, когда необходимо выполнить сложное преобразование, например изменение размеров объекта, то оно представляется как композиция простейших трансформаций. Так изменение размеров фигуры включает в себя 3 преобразования:

1. M — перенос центра фигуры в начало координат;
2. S — пропорциональное масштабирование;
3. M^{-1} — обратный перенос.

Полное преобразование T записывается как произведение соответствующих матриц

$$T = M \cdot S \cdot M^{-1}.$$

Изометрическая проекция

При отрисовке трёхмерного объекта и осей координат в плоскости экрана хорошо зарекомендовала себя изометрическая проекция, при которой происходит одинаковое по всем осям искажение ребёр объекта.

Данную проекцию можно представить в виде последовательности из трёх трансформаций: поворот вокруг оси Y на угол $\phi = 45^\circ$, поворот вокруг оси X на угол $\theta = \arcsin(\tan 30^\circ)$ и проецирование на плоскость $z = 0$.

$$V^* = V \cdot R_\phi^{(y)} \cdot R_\theta^{(x)} \cdot P_{z=0}.$$

Здесь

$$R_\phi^{(y)} = \begin{pmatrix} \cos \phi & 0 & -\sin \phi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \phi & 0 & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad R_\theta^{(x)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$P_{z=0} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$V = (x \ y \ z \ 1)$ — точка в пространстве, записанная в однородных координатах, $V^* = (x^* \ y^* \ 0 \ 1)$ — её изометрическая проекция.

На последнем этапе координаты проекции x^*, y^* необходимо перевести в пиксели на экране с учётом разрешения.

Платоновы тела

В качестве основных геометрических фигур, рассматриваемых в данной работе выступают правильные многогранники.

Многогранник называется правильным, если:

- он выпуклый;
- все его грани являются правильными многоугольниками;
- в каждой вершине сходится одинаковое число рёбер.

Выделить все правильные многоугольники можно с помощью формулы Эйлера:

$$V + F = E + 2. \quad (7)$$

Здесь V — число вершин, F — число граней и E — число рёбер.

В трёхмерном пространстве уравнение (7) имеет только 6 решений, которые образуют систему платоновых тел — правильных трёхмерных многогранников: тетраэдр, октаэдр, куб (гексаэдр), икосаэдр и додекаэдр (рис. 2)

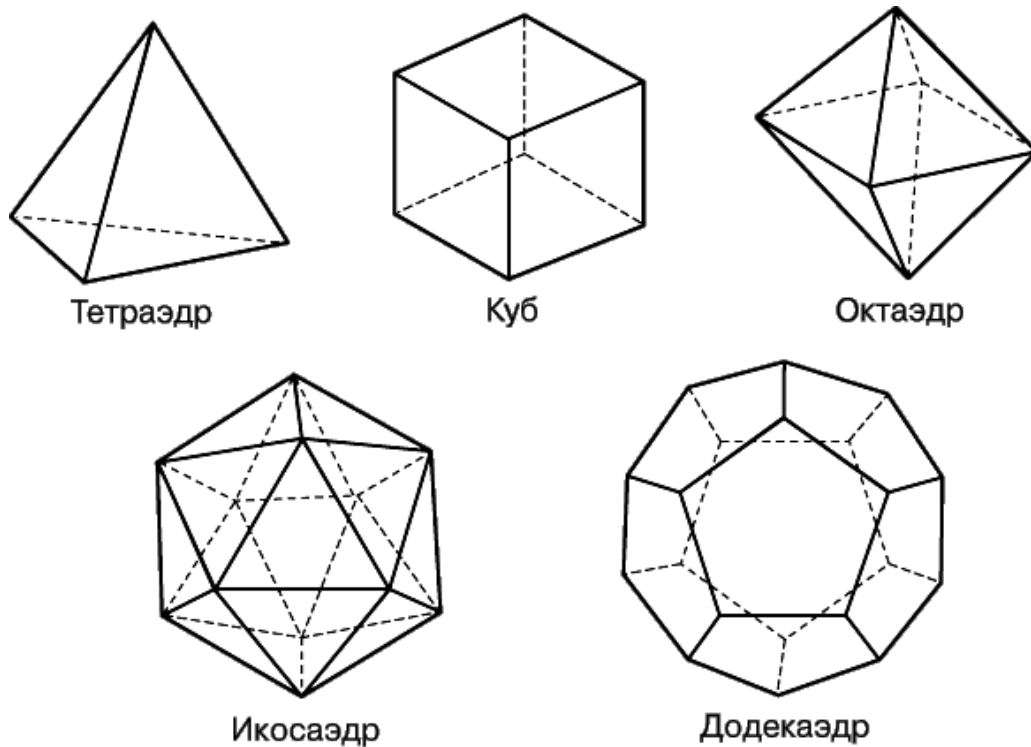


Рис. 2: Платоновы тела

Характеристики всех платоновых тел приведены в таблице 1.

Правильный многогранник	Число сторон у грани	Число ребёр, примыкающих к вершине	Число вершин	Число ребёр	Число граней
Тетраэдр	3	3	4	6	4
Октаэдр	3	4	6	12	8
Куб	4	3	8	12	6
Икосаэдр	3	5	12	30	20
Додекаэдр	5	3	20	30	12

Таблица 1: Характеристики платоновых тел

Задание на лабораторную работу

Написать программу, которая реализует некоторое преобразование над объектом по команде пользователя. Для отрисовки объекта в экранных координатах использовать изометрическую проекция. Тип объекта и вид преобразования выбираются в соответствии с вариантом задания

Варианты заданий:

1. Вращение куба относительно одной из осей координат. Центр куба и ось вращения задаются пользователем.
2. Перемещение тетраэдера в направлении $\vec{v}$. Центр фигуры и направление перемещения задаются пользователем.
3. Вращение октаэдера относительно оси, проходящей через его центр и параллельной оси X . Центр фигуры и скорость вращения задаются пользователем.
4. Изменение размеров тетраэдера. Центр фигуры и коэффициент масштабирования задаются пользователем.
5. Вращение куба относительно произвольной оси, проходящей через его центр. Центр фигуры и направление оси задаются пользователем.
6. Перемещение икосаэдера в начало координат по кратчайшему пути. Первоначальные координаты центра фигуры задаются пользователем.
7. Вращение додекаэдера одновременно относительно осей Y и Z . Центра фигуры и скорости вращения задаются пользователем.
8. Масштабирование куба по различным осям. Центр куба и ось масштабирования задаются пользователем.
9. Выполнить параллельный перенос призмы с треугольным сечением из начального положения в точку V по кратчайшему пути. Начальное и конечное положения задаются пользователем.
10. Вращение додекаэдера относительно осей проходящих через его центр и параллельных координатным осям. Центр фигуры и ось вращения задаются пользователем.
11. Отражение тетраэдера относительно точки движущейся в направлении $\vec{v}$. Начальные координаты точки и направление движения задаются пользователем.
12. Перемещение (без вращения) додекаэдера по окружности, параллельной плоскости $y = 0$ с центром в начале координат, проходящей через центр фигуры. Центр фигуры и скорость вращения задаются пользователем.
13. Вращение икосаэдера относительно прямой, проходящий через одну из его вершин. Центр фигуры, номер вершины и направление оси вращения задаются пользователем.
14. Перемещение призмы с прямоугольным сечением вдоль координатных осей. Центр фигуры, направление и скорость перемещения задаются

пользователем.

15. Отражение тетраэдера относительно прямой, движущейся в плоскости $y = 0$ параллельно оси X . Центр фигуры задаётся пользователем.
16. Изменение размеров додекаэдера. Центр фигуры и коэффициент изменения размера задаются пользователем.

Контрольные вопросы

1. Сколько чисел используется для задания точки в одноронных координатах?
2. Чему соответствует точка с координатами (x, y, z, h) ?
3. Чему равна 4-я координата в отнормированном векторе?
4. Каким способом можно задать рёбра объекта?
5. Какой вид имеет матрица отражения относительно оси z (x, y) ?
6. Какой вид имеет матрица отражения относительно начала координат?
7. Какой вид имеет матрица обратная к матрице отражения относительно плоскости $z = 0$?
8. Какой вид имеет матрица обратная к матрице поворота вокруг оси y на угол ϕ ?
9. Как связаны матрица поворота на угол ϕ и матрица поворота на угол $-\phi$ вокруг произвольной оси?
10. Запишите композицию элементарных преобразований, которая осуществляет поворот вокруг произвольной прямой, проходящей через начало координат.
11. Запишите композицию элементарных преобразований, которая осуществляет поворот вокруг произвольной прямой, не проходящей через начало координат.
12. Запишите матрицу масштабирования выполняющую то же преобразование, что и матрица пропорционального масштабирования с коэффициентом s .
13. Чем отличается аксонометрическая, диметрическая и изометрическая проекции?
14. Чему равен коэффициент искажения при изометрической проекции?

Лабораторная работа № 3 Перспективная проекция

Краткая теоретическая справка

В ходе третьей работы студентам предстоит изучить и реализовать перспективные преобразования объектов сцены.

Трёхточечное перспективное преобразование задаётся следующей матри-

цей

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & p \\ 0 & 1 & 0 & q \\ 0 & 0 & 1 & r \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

. Координаты центра перспективной проекции (положение наблюдателя) имеет вид

$$P = (-1/p \quad -1/q \quad -1/r \quad 1)$$

Предусмотреть возможность изменения положения наблюдателя в пространстве путём перемещения вдоль трёх осей координат. Стоит помнить, что центр проекции не может располагаться в центре координат. Поэтому передвижение следует ограничить внешней областью по отношению к сфере радиуса R с центром в начале координат.

При визуализации следует использовать суперпозицию изометрической и перспективной проекций.

Объект для визуализации и вид анимации объекта взять из второй лабораторной работы.

Задание на лабораторную работу

Изменить решение 3-й лабораторной работы, добавив отрисовку сцены с использованием перспективной проекции. Реализовать преобразование вращения объекта вокруг оси z . Для наблюдения эффекта удаления и приближения объекта его следует поместить на некотором удалении от оси z .

Контрольные вопросы

1. В чём отличие параллельных и перспективных проекций?
2. Что такое центр проекции?
3. Какой вид имеет матрица перспективного преобразования?
4. к какому виду необходимо привести вектор в однородных координатах после перспективного преобразования?
5. Какой визуальный эффект можно реализовать с помощью перспективной проекции?
6. Можно ли комбинировать изометрическое и перспективное преобразования?

Лабораторная работа № 4

Удаление невидимых граней

Краткая теоретическая справка

Задача удаления невидимых граней является важной частью визуализации реалистичных объектов. Существует множество подходов к её решению.

В данной работе предлагается реализовать простой алгоритм удаления невидимых граней объекта, который может работать только с уединённой выпуклой фигурой.

Основная идея алгоритма заключается в определении полностью видимых и полностью невидимых граней на основании информации о направлении взгляда наблюдателя.

Будем рассматривать случай, когда направление взгляда $\vec{v}$ перпендикулярно плоскости проекции, а наблюдатель находится на бесконечном удалении от сцены (это позволяет рассматривать единственное направление взгляда в любой точке сцены).

Основной критерий видимости i -ой грани можно сформулировать в следующем виде:

$$\begin{aligned}(\vec{v}, \vec{n}_i) &\geq 0 \text{ — грань видима,} \\(\vec{v}, \vec{n}_i) &< 0 \text{ — грань невидима.}\end{aligned}$$

Здесь $\vec{n}_i$ — внутренний вектор нормали к i -ой грани.

При использовании данного правила следует учитывать, что трансформация объекта может приводить к изменению векторов нормали его граней. Поэтому, при изменении координат, необходимо пересчитывать и вектора нормали к граням. В том случае, когда на весь объект O (матрица, составленная из однородных координат вершин) воздействуют справа преобразованием T

$$O^* = O \cdot T,$$

то изменение нормалей N можно выразить в следующем виде:

$$N^* = T^{-1} \cdot N.$$

В случае использования изометрических и перспективных преобразований, решающее правило следует применять после воздействия на объект соответствующим оператором, но до оператора проектирования объекта на плоскость.

Задание на лабораторную работу

Используя результаты лабораторной работы №3, реализуйте удаление невидимых граней объекта. Добавьте в интерфейс программы возможность переключения на лету режима отображения (отрисовка всех или только видимых граней).

Контрольные вопросы

1. Почему используемый в данной работе алгоритм работает только для выпуклых уединённых объектов? Приведите примеры.
2. Предполагая, что грань объекта задаётся тремя точками вычислите к ней нормаль.

3. Как можно определить является ли нормаль внутренней или внешней?
4. Каким образом можно вычислить T^{-1} при преобразовании нормалей?
5. Как изменится алгоритм работы программы, если взгляд наблюдателя будет направлен к плоскости проекции под произвольным углом?

Лабораторная работа № 5

Модели освещения

Краткая теоретическая справка

Одним из важнейших элементов построения реалистичных изображений является модель освещения объектов, представленных на отрисовываемой сцене. Существует несколько различных подходов к моделированию интенсивности освещения различных участков объектов, опирающиеся на представлении всех элементов сцены как плоских многоугольников. В данной работе будет рассмотрена простая полигональная модель освещения. Основной особенностью данной модели является то, что каждый полигон на сцене полностью закрашивается одним цветом.

В первом приближении значение интенсивности света в некоторой точке можно оценить используя модель диффузного рассеяния.

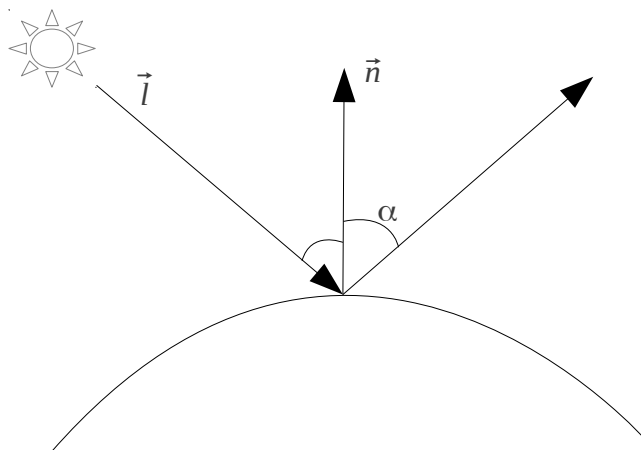


Рис. 3: Диффузное рассеяние

В этом случае основной параметр, влияющий на интенсивность закрашки данной точки — это угол α между нормалью к поверхности $\vec{n}$ и направлением распространения света $\vec{l}$. Источник также характеризуется своей интенсивностью I_l . В качестве аддитивной добавки используется интенсивность фонового освещения сцены I_d .

$$I = I_d + I_l k \cos \alpha$$

Небольшая модификация диффузной модели освещения позволяет ввести зависимость интенсивности освещенности точки от расстояния до источника

света d . Константа m выбирается из того соображения, чтобы при $d \sim 0$ значение интенсивности не превышало максимально возможного значения.

$$I = I_d + \frac{I_l k \cos \alpha}{d + m}$$

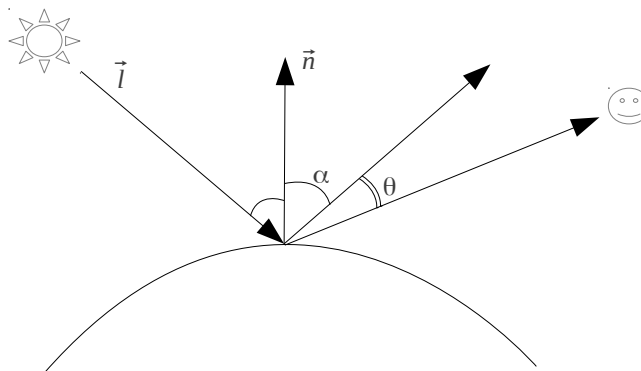


Рис. 4: Диффузное и зеркальное рассеяние

Следующая модификация позволяет дополнительно ввести эффект зеркального рассеяния света, интенсивность которого определяется как угол θ между вектором взгляда наблюдателя и направление распространения отраженного света.

$$I = I_d + \frac{I_l k \cos \alpha + I_l w \cos^n \theta}{d + m}$$

Задание на лабораторную работу

Изменить решение 4-й лабораторной работы добавив в сцену источник освещения. Предусмотреть возможность переключения между тремя различными режимами освещения.

Контрольные вопросы

1. Что такое полигональная модель освещения?
2. Что такое диффузное рассеяние?
3. Что такое зеркальное рассеяние?
4. Как определить значение нормали к точке на некоторой гладкой поверхности?
5. Каким образом определить значение нормали к точке лежащей на вершине соединения полигонов?
6. В чем основная идея модели освещения Фонга?
7. В чем основная идея модели освещения Гуро?
8. Какая модель освещения позволяет создать более реалистичную картину?

9. Как модель освещения используется для создания эффекта сглаживания полигональной поверхности?

Список литературы

1. Роджерс Д., Адамс Дж. Математические основы машинной графики. М.:Мир, 2001. — 604 с.
2. Роджерс Д. Алгоритмические основы машинной графики. М.:Мир, 1989. — 512 с.
3. Никулин А. Компьютерная геометрия и алгоритмы машинной графики. СПб.:БХВ-Петербург, 2005. — 576 с.
4. Сиденко Л.А. Компьютерная графика и геометрическое моделирование. СПб.:Питер, 2009. — 224 с.
5. Аммераль Л. Принципы программирования в машинной графике. М.:Сол Систем, 1992. — 232 с.
6. Ламот А. Программирование игр для Windows. М.: "Вильямс" 2004. — 880 с.
7. Ламот А. Программирование трёхмерных игр для Windows. М.: "Вильямс" 2006. — 1424 с.

Содержание

Лабораторная работа №1. Преобразования на плоскости	3
Краткая теоретическая справка	3
Представление объектов на плоскости	3
Пространственные и экранные координаты	3
Преобразование на плоскости	4
Композиция преобразований	5
Задание на лабораторную работу	5
Варианты заданий	7
Контрольные вопросы	8
Лабораторная работа № 2. Преобразования в пространстве	9
Краткая теоретическая справка	9
Задание объектов	9
Матрица трансформации	10
Композиция преобразований	11
Изометрическая проекция	12
Платоновы тела	12
Задание на лабораторную работу	13
Варианты заданий:	14
Контрольные вопросы	15
Лабораторная работа № 3. Перспективная проекция	15
Краткая теоретическая справка	15
Задание на лабораторную работу	16
Контрольные вопросы	16
Лабораторная работа № 4. Удаление невидимых граней	16
Краткая теоретическая справка	16
Задание на лабораторную работу	17
Контрольные вопросы	17
Лабораторная работа № 5. Модели освещения	18
Краткая теоретическая справка	18
Задание на лабораторную работу	19
Контрольные вопросы	19
Список литературы	21
Содержание	22